

# Fondements théoriques et base méthodologique de l'analyse empirique de la notion de convergence économique

*Isabelle SALLE, Master 1 « Ingénierie économique »  
2006-2007*

Depuis la révolution marginaliste des années 1870, la macroéconomie concentre son champ d'analyse sur les fluctuations conjoncturelles. Or les effets à terme de la croissance économique sur le niveau et la qualité de vie se sont révélés tels qu'expliquer la croissance et rendre compte de sa diversité devient alors une priorité. L'analyse quantitative de la croissance est, de plus, facilitée par la disponibilité statistique, considérablement accrue depuis deux décennies (cf en particulier la très complète banque de données de Summers et Heston).

Deux questions fondamentales sont alors posées face à la forte hétérogénéité des processus de croissance observés dans le monde : quels sont les déterminants de la croissance ? Les pays les plus pauvres peuvent-ils espérer rattraper les pays les plus riches en termes de niveau de vie ?

Le niveau de développement à long terme dépend du niveau de développement initial, mesuré par le Produit Intérieur Brut (PIB) et du taux de croissance moyen sur la période considérée. Ces deux questions sont donc liées puisque les conditions initiales ne sont en fait qu'un des facteurs identifiables de la croissance. Il apparaît donc nécessaire de comprendre dans quelle mesure ces conditions initiales peuvent jouer un rôle dans ces écarts de croissance et de tenter d'identifier des politiques économiques souhaitables qui pourraient favoriser ce rattrapage et des politiques qui, au contraire, créent des phénomènes de trappes à pauvreté. Les théories de la croissance, en s'appuyant sur des faits stylisés observés dans le monde depuis deux siècles dont elles essaient de rendre compte tentent de répondre à ces interrogations. Pour ce faire, les économistes ont recours à un modèle théorique qu'ils confrontent aux observations empiriques via une analyse économétrique.

Dans cette section, il s'agit de présenter le cadre général à partir duquel dérivent les outils d'analyse des problèmes de convergence entre économies pour aboutir à une modélisation du problème étudié. Cette modélisation sert de base à l'étude économétrique des questions de convergence au sein de l'Union Européenne présentée dans la deuxième section.

## **I) le cadre de référence : le modèle néoclassique de Solow**

Le modèle de Solow-Swan (1956) marque le renouveau de l'analyse néoclassique de la croissance en offrant un cadre simple pour comprendre la croissance par un processus d'accumulation du capital. En effet, le postulat simplificateur d'un modèle permet d'isoler certains mécanismes et de mieux les comprendre. Les bases de ce modèle demeurent solides et servent à de nombreuses études sur la croissance, y compris à des travaux en faveur de théories alternatives (type théories de la croissance endogène, évoquées plus loin), c'est pourquoi nous le présenterons ici.

## 1) caractérisation à l'échelle d'une économie<sup>1</sup>

Il s'agit du prolongement de l'équilibre général statique à un cadre dynamique. L'accumulation des facteurs de production privés, à savoir le travail (symbolisé au niveau agrégé dans toute la suite par  $L$ ) et le capital ( $K$ ) et le progrès technique, en tant qu'input social puisque supposé exogène sont les deux sources principales de la croissance. L'objectif est de démontrer l'aptitude des mécanismes de marché à engager l'économie sur un sentier de croissance équilibrée, c'est-à-dire stable (SCE dans toute la suite) et cela en réponse à un progrès technique exogène, l'adaptation s'effectuant par la substitution du capital et du travail.

Le modèle décrit une économie fermée concurrentielle, avec un bien unique, noté  $Y$  produit par une technologie néoclassique  $F$  (donc à rendements d'échelle constants), supposée ici de type Cobb-Douglas dans un souci de simplification. Le progrès technique, noté  $A$ , est neutre au sens de Harrod, c'est à dire qu'il améliore l'efficacité du travail.

Soit la fonction de production considérée :

$$Y = F(K, AL) = K^\alpha (AL)^{1-\alpha} \text{ avec } 0 < \alpha < 1 \quad (1.1.1)$$

Soit  $n$ , le taux de croissance de la force de travail  $L$ ,  $0 < n < 1$ , le taux d'épargne,  $g$  le taux de croissance du progrès technique  $A$ . Ces taux sont exogènes et constants.

Le capital s'accumule par renonciation à la consommation, son évolution s'écrit :

$$\dot{K}_t = I_t - \delta K_t = sF(K_t, A_t L_t) - \delta K_t \quad (1.1.2)$$

avec  $I$ , l'investissement,  $\delta$  le taux de dépréciation du capital physique, l'indice  $t$  désignant le niveau de la variable considérée à la période (l'année)  $t$  et les variables surmontées d'un point désignant la dérivée logarithmique par rapport au temps  $t$ .

Dans la suite, on raisonne en termes de variables par unité de travail efficace, symbolisées par des lettres minuscules :  $k_t = \frac{K_t}{A_t L_t}$

On réécrit donc la fonction de production comme suit :

$$f(k_t) = y_t = k_t^\alpha \quad (1.1.3)$$

On a ainsi l'équation dynamique fondamentale du modèle :

$$\frac{dk_t}{dt} = \frac{d(K_t / A_t L_t)}{dt} = \frac{\dot{K}_t}{A_t L_t} - \frac{\dot{A}_t}{A_t} \frac{K_t}{A_t L_t} - \frac{\dot{L}_t}{L_t} \frac{K_t}{A_t L_t} = sf(k_t) - (n + g + \delta)k_t = \dot{k}_t \quad (1.1.4)$$

ou encore :

$$\gamma_k = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{sf(k)}{k} - (n + g + \delta) \quad (1.1.5)$$

---

<sup>1</sup> Ce paragraphe est détaillé par exemple in JONES, C.I., *théorie de la croissance endogène*, chap.2, De Boeck (Ed), 1999

Sous les conditions d'Inada (la productivité marginale du travail et du capital est décroissante), l'économie converge vers son état de long terme, *i.e.* son sentier de croissance équilibrée (SCE dans toute la suite) le long duquel les variables par tête croissent au taux  $g$ , régulier et exogène (d'où l'appellation théorie de la croissance exogène). Les valeurs d'état régulier sont symbolisées par  $*$  dans toute la suite. Il est important de souligner que cet état de long terme est indépendant des conditions initiales :

$$\dot{k}_t = 0 \Rightarrow \frac{f(k^*)}{k^*} = \frac{n + g + \delta}{s} \quad (1.1.6)$$

On a ainsi les valeurs du stock de capital et du produit par unité de travail efficace :

$$k^* = \left( \frac{s}{n + g + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (1.1.7) \quad \text{et} \quad y^* = \left( \frac{s}{n + g + \delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad (1.1.8)$$

On constate qu'une économie est d'autant plus riche que son taux d'épargne est élevé et que le taux de croissance démographique est faible. L'état de long terme dépend également de politiques économiques qui déplacent la frontière de production ou modifie les paramètres structurels ( $n$  et  $s$ ) de façon définitive.

## 2) dynamique et vitesse de transition

On s'intéresse à la dynamique de court terme, ie de transition vers l'état de long terme. On cherche une idée de la vitesse à laquelle va s'effectuer cet ajustement.<sup>2</sup>

A partir de (1.1.3) et (1.1.5), on effectue une approximation log-linéaire de  $\gamma_k$  au voisinage de  $k = k^*$  :

$$\begin{aligned} \gamma_k &= s \cdot e^{-(1-\alpha)\ln k} - (n + g + \delta) \\ \gamma_k &\approx s \cdot e^{-(1-\alpha)\ln k^*} - (n + g + \delta) + (\ln k - \ln k^*) \cdot \left. \frac{\partial \gamma_k}{\partial \ln(k)} \right|_{k^*} \\ \gamma_k &\approx \ln\left(\frac{k}{k^*}\right) \cdot s k^{*\alpha-1} \cdot (\alpha - 1) \\ \gamma_k &\approx -(1 - \alpha) \cdot (n + g + \delta) \cdot (\ln k - \ln k^*) \end{aligned} \quad (1.1.9)$$

On pose alors :

$$\beta = (1 - \alpha) \cdot (n + g + \delta)$$

Le coefficient  $\beta$  indique la vitesse avec laquelle une économie approche son état régulier. Cette vitesse est inversement proportionnelle au coefficient  $\alpha$ . Par exemple, si  $\beta = 5\%$ , alors 5% de l'écart entre  $y_t$  et  $y^*$  est comblé chaque année. (voir annexe 4). Il n'est pas affecté par le taux d'épargne  $s$  ou le niveau de la technologie  $A$  puisqu'on peut montrer que leurs effets se compensent exactement dans le cas d'une fonction Cobb-Douglas.

<sup>2</sup> Ce résultat est donné par exemple in BARRO, R.J., SALA-i-MARTIN, S., *Economic growth*, chap 1, pp. 30-43, Mc Graw – Hill (Ed), New York, 1995

Une économie croît à un taux d'autant plus fort qu'elle est éloignée de son état régulier. En effet, on peut obtenir de (1.1.5) :

$$\frac{\partial \gamma_k}{\partial k} < 0$$

C'est la dynamique transitionnelle qui explique les différences observées de taux de croissance. L'hypothèse selon laquelle les économies les plus pauvres croissent plus vite que les économies riches est appelée convergence absolue. Mais ceci est vrai dans un groupe d'économies homogènes (les régions d'un même pays où les pays de l'OCDE par exemple) puisque le niveau d'état de long terme est conditionné par les données structurelles ( $n$  et  $s$ ) de chaque économie. C'est donc une convergence conditionnelle qui est à l'œuvre dans le modèle de Solow dans le sens où chaque économie converge vers son propre état de long terme. Un pays pauvre peut croître moins vite qu'un pays riche si ce dernier est proportionnellement plus éloigné de son état de long terme.

On exprime maintenant le taux de croissance du produit par unité de travail efficace en fonction du taux de croissance du capital par unité de travail efficace : <sup>3</sup>

$$\begin{aligned} \dot{y} &= \frac{\partial y_t}{\partial t} = f'(k) \cdot \dot{k} \\ \frac{\dot{y}}{y} = \gamma_y &= \frac{f'(k) \cdot k}{f(k)} \cdot \gamma_k \Rightarrow \alpha \cdot \gamma_k \end{aligned} \tag{1.1.10}$$

N.B. : on a l'élasticité du produit par rapport au capital  $\alpha = \frac{kf'(k)}{f(k)}$

On a donc :

$$\gamma_y = \beta \ln y^* - \beta \ln y_t \tag{1.1.11}$$

Il s'agit d'une équation différentielle d'ordre 1 qui donne le résultat suivant :

$$\ln y_t = (1 - e^{-\beta t}) \ln y^* + e^{-\beta t} \ln y_0 \tag{1.1.12}$$

On peut voir de (1.1.12) que :

$$\lim(\ln y_t) \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} \ln y^* \text{ dès que } \beta > 0$$

Dans cette description de la dynamique de croissance, l'effet des conditions initiales (i.e.  $\ln y_0$ ) disparaissent à long terme (i.e. sur le SCE).

A partir de (1.1.8), on a donc, en prenant la différence des logarithmes comme approximation du taux de croissance :

$$\ln y_t - \ln y_0 = -(1 - e^{-\beta t}) \ln y_0 + (1 - e^{-\beta t}) \left[ \frac{\alpha}{1 - \alpha} \cdot \ln s - \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln(n + g + \delta) \right] \tag{1.1.13}$$

<sup>3</sup> Cf DURLAUF, S.N., JOHNSON, P.A., TEMPLE, J.R.W., « Growth econometrics », in AGHION, P., DURLAUF, S.N. (Ed), *Handbook of economic growth*, vol 1A, chap. 8, pp.576-577, 2005

Or, on estime l'équation de convergence du produit par tête et non du produit par unité de travail efficace (empiriquement difficilement observable). On a donc :

$$\ln \frac{Y_t}{L_t} - \ln \frac{Y_0}{L_0} = (1 - e^{-\beta t}) \ln A_0 + gt + (1 - e^{-\beta t}) \frac{\alpha}{1 - \alpha} (\ln s - \ln(n + g + \delta)) - (1 - e^{-\beta t}) \ln \frac{Y_0}{L_0} \quad (1.1.14)$$

On tire donc de (1.1.14) le taux de croissance moyen du PIB/tête sur la période allant de 0 à t pour le pays i :

$$\gamma_{\frac{Y}{L}} = g + \lambda \left( \ln \frac{Y_{i,0}}{L_{i,0}} - \ln \frac{Y}{L}^* - \ln A_{i,0} \right) \quad (1.1.15)$$

avec  $\lambda = -\frac{(1 - e^{-\beta t})}{t}$  et  $g_i = g, \forall i$

On remarque que ce taux de croissance est dû au progrès technique ( $g$ ) et au fossé entre le niveau initial de revenu et le niveau d'état régulier, le second terme tendant vers 0 à long terme. On retrouve donc que le taux de croissance des variables par tête à long terme est donné par celui du progrès technique  $g$ .

N.B. : on a, par une équation différentielle d'ordre 1 :  $A_t = A_0 \cdot e^{gt}$  avec  $\frac{Y_t}{L_t} = A_t \cdot y_t$

Appliqué à une coupe transversale, il s'agit d'un test de convergence entre économies au sens où les économies les plus pauvres (relativement) ont tendance, toutes choses égales par ailleurs, à croître plus vite que les plus riches (relativement).

L'équation (1.1.15) est la base de la littérature empirique de la croissance économique.

## **II) Analyse empirique de la croissance économique : les différents types de convergence**<sup>4</sup>

A partir du cadre théorique exposé ci-dessus découlent les outils traditionnellement utilisés dans l'analyse empirique de la croissance économique ainsi que les différents concepts développés pour expliciter les phénomènes de convergence mis en évidence.

### 1) du modèle de Solow aux régressions économétriques

#### i) le modèle de Solow augmenté<sup>5</sup>

Les travaux de Mankiw, Romer et Weil (1992), (MRW dans toute la suite) ont cherché à estimer grâce à des outils économétriques l'équation (1.1.14) en prenant la part de l'investissement privé et public dans le PIB pour  $s$  et  $g + \delta = 0,05$ ,  $s$  et  $n$ , le taux de croissance démographique étant des moyennes pour chaque pays sur la période considérée. Les résultats

<sup>4</sup> La majeure partie de la démarche explicitée ici est détaillée in BARRO, R.J., GRILLI, V., *European Macroeconomics*, Basingstoke (Ed), Milan, 1994 et de façon plus poussée in BARRO, R.J., SALA-i-MARTIN, S., *Economic growth*, Mc Graw – Hill (Ed), New York, 1995

<sup>5</sup> Une présentation sommaire figure par exemple in DURLAUF, S.N., JOHNSON, P.A., TEMPLE, J.R.W., « Growth econometrics », in AGHION, P., DURLAUF, S.N. (Ed), *Handbook of economic growth*, vol 1A, chap. 8, pp. 578-581, 2005

ont conclu à une surestimation très nette de la part du capital  $\alpha$ , qui est empiriquement de l'ordre d'un tiers. Ils ont donc élargi la notion de capital en distinguant capital technique et humain, ce dernier étant mesuré par le pourcentage moyen de la population en âge de travailler et inscrite dans le secondaire. Dans ce cas,  $\alpha$  est proche de 0,75 et le coefficient de convergence  $\beta$  est de l'ordre de 1,5 à 3%, ce qui est plus conforme à la réalité (cf (1.1.9)).

MRW reprennent les fondements du modèle de Solow en l'augmentant du capital humain  $H$ . Soit la fonction de production de type Cobb-Douglas suivante :

$$Y_t = K_t^\alpha H_t^\phi (A_t L_t)^{1-\alpha-\phi} \quad \text{avec } 0 < \alpha + \phi < 1 \quad (1.2.1)$$

Le capital humain s'accumule de manière analogue au capital physique. Soit sa dynamique :

$$\dot{H}_t = s_h Y_t - \delta H_t \quad (1.2.2)$$

Le produit par unité de travail efficace à l'état régulier s'écrit :

$$y^* = \left( \frac{s_K^\alpha s_H^\phi}{(n + g + \delta)^{\alpha + \phi}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\phi}} \quad (1.2.3)$$

Et on obtient la vitesse de convergence suivante, après une approximation de (1.2.3) du même type que l'équation (9) :

$$\beta_{MRW} = -(1 - \alpha - \phi)(n + g + \delta)$$

La vitesse de convergence théorique de MRW est alors plus faible que celle prévue par le modèle de Solow.

On obtient, de manière analogue au modèle de Solow (voir (1.1.14)) la régression linéaire augmentée du capital humain du taux de croissance  $\gamma_i$  du PIB/tête pour le pays  $i$ :

$$\gamma_i = g + \lambda \ln \frac{Y_{i,0}}{L_{i,0}} + \lambda \frac{\alpha + \phi}{1 - \alpha - \phi} \ln(n_i + g + \delta) - \lambda \frac{\alpha}{1 - \alpha - \phi} \ln s_{K,i} - \lambda \frac{\phi}{1 - \alpha - \phi} \ln s_{H,i} - \lambda \ln A_{i,0} + e_i \quad (1.2.4)$$

L'indice  $i$  représente un pays particulier et le terme  $e_i$  a les propriétés économétriques habituelles.

Le terme  $A_{i,0}$ , qui reflète non seulement la technologie mais des facteurs spécifiques aux pays tels que les institutions, le climat, les dotations en ressources naturelles... est supposé inconnu mais estimé de la façon suivante :

$$\ln A_{i,0} = \ln A + v_i \quad (1.2.5)$$

avec  $v_i$  indépendamment distribué de  $n_i$ ,  $s_{K,i}$ ,  $s_{H,i}$  et spécifique à chaque pays  $i$ .

D'où l'équation à estimer finalement :

$$\gamma_i = g - \lambda \ln A + \lambda \ln \frac{Y_{i,0}}{L_{i,0}} + \lambda \frac{\alpha + \phi}{1 - \alpha - \phi} \ln(n_i + g + \delta) - \lambda \frac{\alpha}{1 - \alpha - \phi} \ln s_{K,i} - \lambda \frac{\phi}{1 - \alpha - \phi} \ln s_{H,i} + \varepsilon_i \quad (1.2.6)$$

N.B. : Le modèle de MRW reste un modèle de croissance exogène dans la mesure où le taux de croissance sur le SCE reste dicté par celui du progrès technique  $g$  et que ce modèle n'explicite pas les fondements de la technologie en lui même.

ii) l'ajout de variables explicatives

Beaucoup d'études postérieures<sup>6</sup> issues de la nouvelle littérature empirique de la croissance ajoutent des variables de contrôle,  $Z$ , pour expliquer l'hétérogénéité dans les taux de croissance à l'état régulier,  $g$  et dans la technologie initiale  $A_{i0}$ . Ceci revient à chercher à établir la constante de l'équation (1.2.6) comme fonction de variables économiques supplémentaires. En effet, si elle est supposée identique pour tous les pays, on ne peut expliquer les différences de revenu qui lui sont dues et si elle est définie arbitrairement différente à chaque pays, le modèle perd de son pouvoir explicatif. Dans cette optique, d'autres facteurs de croissance sont pris en compte, contrairement aux travaux de MRW. Ainsi, les travaux d'Aghion et Howitt (1992) lient la croissance de  $A$  à des déterminants tels que les dépenses en R&D ou le nombre de chercheurs ou les travaux de Lucas (1993) se focalisent sur l'interaction entre les pays. D'une manière générale, on obtient ce type de régressions, dites régressions à la Barro :

$$\gamma_i = g - \lambda \ln A + \lambda \ln \frac{Y_{i,0}}{L_{i,0}} + \lambda \frac{\alpha + \phi}{1 - \alpha - \phi} \ln(n_i + g + \delta) - \lambda \frac{\alpha}{1 - \alpha - \phi} \ln s_{K,i} - \lambda \frac{\phi}{1 - \alpha - \phi} \ln s_{H,i} + \pi Z_i + \varepsilon_i \quad (1.2.7)$$

Sous sa forme générique, ce type d'équation s'écrit :

$$\gamma_i = \lambda \ln \frac{Y_{i,0}}{L_{i,0}} + \psi X_i + \pi Z_i + \varepsilon_i \quad (1.2.8)$$

où  $X_i$  contient une constante, le taux d'investissement (défini par  $\ln \frac{I}{PIB_i}$ ),  $\ln(n_i + 0,05)$  et le taux de capital humain. Les variables de contrôle dépendent de l'échantillon ainsi que du modélisateur et des fondements théoriques. On distingue le niveau de revenu initial à cause de son rôle clé dans l'analyse de la convergence, dont différents concepts sont maintenant présentés.

<sup>6</sup> Une revue très complète est présentée in DURLAUF, S.N., QUAH, D.T., "the new empirics of economic growth", in J. TAYLOR et M. WOODFORD (Ed), handbook of macroeconomics, vol 1A, chap.4, pp. 576-582, 1999

## 2) la $\beta$ -convergence<sup>7</sup>

Une littérature abondante sur l'analyse empirique de la convergence a émergé à la suite notamment des travaux d'Abramovitz et Baumol (1986) en partant du postulat que si convergence il y a, les effets des conditions initiales doivent finalement disparaître. Il est alors nécessaire de formaliser le rôle de ces conditions initiales. Le point clé qui oppose théories de la croissance exogène et endogène tient justement au fait que dans les secondes les conditions de départ ont une influence à long terme (voir (1.1.12)).

### i) première approche

D'un point de vue empirique, on étudie traditionnellement le lien entre le taux de croissance annuel moyen du PIB/tête sur une période considérée et le niveau initial du PIB/tête pour un échantillon de pays. On estime donc la relation suivante :

$$\frac{\ln\left(\frac{Y_{i,t+T}}{L_{i,t+T}}\right) - \ln\left(\frac{Y_{i,t}}{L_{i,t}}\right)}{T-t} = \alpha + \beta \ln\left(\frac{Y_{i,t}}{L_{i,t}}\right) + u_{i,t} \quad (1.2.9)$$

Le membre de gauche de cette équation désigne le taux de croissance moyen pour le pays  $i$  sur la période allant de  $t$  à  $T$ , ce taux dépend d'une constante d'ajustement  $\alpha$ , du niveau de revenu à la période initiale  $t$  auxquels on ajoute un terme d'erreur  $u$  avec les hypothèses traditionnelles des Moindres Carrés Ordinaires (MCO).

Si le terme  $\beta$  est significativement négatif, on observe une  $\beta$ -convergence au sein de l'échantillon de pays et sur la période considérée, dans le sens où les pays les plus pauvres relativement ont tendance à croître relativement plus vite que les pays les plus riches à la période initiale de sorte qu'ils finissent par les rattraper en terme de niveau de vie.

### ii) modélisation des différents types de $\beta$ -convergence

L'évaluation empirique de la  $\beta$ -convergence (Barro et Sala-i-Martin, 1995) a amené à affiner ce concept. Deux questions centrales sont alors posées, desquelles découlent des notions différentes de convergence.

D'une part, les écarts observés en termes de revenu par tête sont-ils transitoires ou permanents ? S'ils sont transitoires, on parlera de convergence absolue, vers un même état régulier. Ceci s'observe dans le cas d'économies structurellement similaires, c'est-à-dire au niveau des paramètres du modèle de Solow (pays de l'OCDE, régions d'un pays par exemple). Mais la forte hétérogénéité des études sur la convergence et leur sensibilité par rapport aux périodes et pays considérés a amené les chercheurs à définir un sens plus faible de la convergence.

D'autre part, si ces écarts de revenu ont vocation à demeurer permanents, une autre question vient se poser : est-ce le fait des conditions initiales ou est-ce le fait d'hétérogénéité structurelle ? En pratique, il faut alors différencier les conditions initiales, à savoir le stock

---

<sup>7</sup> Un exposé simplifié de cette notion est donné in FEVE, P., ORTEGA, J., *Macroéconomie, approche pratique contemporaine*, partie 1, Dunod, 2004



initial de capital humain et de capital physique des caractéristiques structurelles, qui sont les variables clé du modèle de Solow ainsi que les variables de contrôle.

Dans le premier cas, si les conditions initiales interviennent, au moins en partie, on fait appel à la notion de clubs de convergence, et deux pays qui auront des conditions initiales semblables convergeront vers le même état régulier donc appartiendront au même club.

Dans le second cas, on parlera de convergence conditionnelle – à ces structures – et on observe une  $\beta$ -convergence au sein d'une coupe de pays une fois pris en compte les écarts de taux de croissance dus à des différences dans les structures des économies. Chaque économie tend à converger vers son propre état de long terme, qui dépend de ses caractéristiques propres donc qui diffère selon les pays. La dynamique transitionnelle explique les différences de taux de croissance. Il s'agit donc d'isoler empiriquement ce qui dépend des différences entre les états réguliers vers lesquels les pays convergent (donc qui dépendent de caractéristiques structurelles) pour faire ressortir le lien négatif entre le taux de croissance moyen et le niveau de revenu initial. Pour ce faire, les chercheurs ont recours à des régressions augmentées, dans un premier temps de l'équation (1.2.9) :

$$\frac{\ln\left(\frac{Y_{i,t+T}}{L_{i,T+t}}\right) - \ln\left(\frac{Y_{i,t}}{L_{i,t}}\right)}{T-t} = \alpha' + \beta' \ln\left(\frac{Y_{i,t}}{L_{i,t}}\right) + \gamma_1 CS_{1,it} + \gamma_2 CS_{2,it} + \eta_{i,t} \quad (1.2.9')$$

Les variables CS désignent des caractéristiques structurelles qui peuvent être le niveau d'éducation, les dépenses en R&D, l'espérance de vie, la stabilité politique, l'ouverture commerciale, les IDE, les migrations... Ce sont des variables de contrôle semblables à celles de l'équation (1.2.8).

En principe, on a  $\hat{\beta} \neq \hat{\beta}'$  puisque  $\hat{\beta}'$  n'incorpore plus les effets des variables structurelles sur le taux de croissance. On remarque que si on a  $\beta$ -convergence absolue, on a nécessairement  $\beta$ -convergence conditionnelle et dans ce cas, on a  $\hat{\beta} = \hat{\beta}'$  et  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  significativement nuls.

Une définition statistique plus fine<sup>8</sup> consiste à prendre comme point de départ l'équation (1.2.8). Si on n'incorpore pas de variables de contrôle Z et si le coefficient  $\lambda$  est significativement négatif, on parle de  $\beta$ -convergence absolue. Si ce paramètre satisfait cette même propriété en présence de variables de contrôle, on parlera de  $\beta$ -convergence conditionnelle. On a l'intuition de ce résultat dans le modèle de Solow : si deux pays convergent vers le même état régulier, donc ont les mêmes paramètres structurels (s et n), le pays avec un niveau de revenu relativement plus faible a un ratio capital/travail plus faible donc une productivité marginale du capital plus forte et aura une croissance relativement plus forte pendant la transition vers le SCE.

Cette démarche est une caractérisation plus détaillée de (1.2.9') puisque les variables explicatives de MRW peuvent être considérées comme des variables de caractéristiques structurelles particulières de (1.2.9').

On aboutit donc à une définition statistique de la convergence économique, définition a priori simple puisqu'elle tient aux propriétés d'un paramètre de régression linéaire, qu'il s'agisse du paramètre de convergence de l'équation (1.2.9), (1.2.9') ou (1.2.8). Cependant, ce

<sup>8</sup> Cette approche est détaillée in DURLAUF, S.N., JOHNSON, P.A., TEMPLE, J.R.W., « Growth econometrics », in AGHION, P., DURLAUF, S.N. (Ed), Handbook of economic growth, vol 1A, chap. 8, pp.578-580, 2005.

concept de convergence ne renseigne pas sur la dynamique de la distribution des revenus au sein d'un groupe de pays considérés. On fait alors appel à un second type de convergence.

### 3) la $\sigma$ -convergence

#### i) première approche

On étudie maintenant la dispersion des niveaux de vie en coupe instantanée, souvent au moyen de l'analyse de l'évolution de l'écart-type du logarithme du revenu par tête d'un groupe de pays. Lorsque cet indicateur baisse au cours du temps, on parle de  $\sigma$ -convergence. Il est possible de formaliser cette idée. On considère  $\sigma_{\ln \frac{Y_t}{L_t}}$  la variance de la distribution des logarithmes des PIB par tête au sein de l'échantillon de pays considéré, à un instant (une année)  $t$ . On parle de  $\sigma$ -convergence lorsqu'on a :

$$\sigma_{\ln \frac{Y_t}{L_t}}^2 - \sigma_{\ln \frac{Y_{t+T}}{L_{t+T}}}^2 > 0 \quad (1.2.10)$$

Une première façon d'étudier cette perspective reste l'analyse graphique de l'évolution de l'écart-type sur une période donnée. Pour rendre compte au mieux de la dynamique de distribution des revenus au sein de la coupe de pays considérés, il est nécessaire de considérer l'écart-type, non seulement aux dates initiale et finale mais également à toutes les dates intermédiaires. Ce point est davantage précisé dans les travaux de Quah (1993).

#### ii) une tentative de définition économétrique<sup>9</sup>

Des travaux, notamment ceux de Cannon et Duck (2000), ont tenté d'établir une régression qui permet de fonder d'un point de vue statistique la  $\sigma$ -convergence à l'instar de la notion de  $\beta$ -convergence. Ce sont des régressions de la forme :

$$\gamma_i = \frac{\ln \frac{Y_{i,t+T}}{L_{i,t+T}} - \ln \frac{Y_{i,t}}{L_{i,t}}}{T-t} = \alpha + \pi \ln \frac{Y_{i,t+T}}{L_{i,t+T}} + \varepsilon_i \quad (1.2.11)$$

Il s'agit en fait de régresser le taux de croissance annuel moyen du logarithme du revenu par tête, sur la période considérée, pour un pays  $i$  donné, sur le niveau de revenu final. En effet, le coefficient  $\pi$  s'écrit alors :

$$\pi = \frac{\text{cov}\left(\gamma_i, \ln \frac{Y_{i,t+T}}{L_{i,t+T}}\right)}{\sigma_{\ln \frac{Y_{i,t+T}}{L_{i,t+T}}}^2} = \frac{\text{cov}\left(\frac{\ln \frac{Y_{i,t+T}}{L_{i,t+T}} - \ln \frac{Y_{i,t}}{L_{i,t}}}{T}, \ln \frac{Y_{i,t+T}}{L_{i,t+T}}\right)}{\sigma_{\ln \frac{Y_{i,t+T}}{L_{i,t+T}}}^2} = \frac{1}{T} \left[ \frac{\sigma_{\ln \frac{Y_{i,t+T}}{L_{i,t+T}}}^2 - \text{cov}\left(\ln \frac{Y_{i,t}}{L_{i,t}}, \ln \frac{Y_{i,t+T}}{L_{i,t+T}}\right)}{\sigma_{\ln \frac{Y_{i,t+T}}{L_{i,t+T}}}^2} \right]$$

<sup>9</sup> Ce point est donné in DURLAUF, S.N., JOHNSON, P.A., TEMPLE, J.R.W., « Growth econometrics », in AGHION, P., DURLAUF, S.N. (Ed), *Handbook of economic growth*, vol 1A, chap. 8, pp.592-593, 2005.

$$= \frac{1}{T} \left( 1 - \frac{\text{cov} \left( \ln \frac{Y_{i,t}}{L_{i,t}}, \ln \frac{Y_{i,t+T}}{L_{i,t+T}} \right)}{\sigma^2_{\ln \frac{Y_{i,t+T}}{L_{i,t+T}}} \right)$$

Il faut alors voir que la  $\sigma$ -convergence telle qu'elle est définie par l'équation (1.2.10) implique :

$$\sigma_{\ln \frac{Y_{i,t}}{L_{i,t}}} \cdot \sigma_{\ln \frac{Y_{i,t+T}}{L_{i,t+T}}} < \sigma^2_{\ln \frac{Y_{i,t}}{L_{i,t}}}$$

et que l'inégalité de Cauchy-Schwarz donne :

$$\left| \text{cov} \left( \ln \frac{Y_{i,t}}{L_{i,t}}, \ln \frac{Y_{i,t+T}}{L_{i,t+T}} \right) \right| \leq \sigma_{\ln \frac{Y_{i,t}}{L_{i,t}}} \cdot \sigma_{\ln \frac{Y_{i,t+T}}{L_{i,t+T}}}$$

Il vient donc que la  $\sigma$ -convergence implique :

$$\left| \text{cov} \left( \ln \frac{Y_{i,t}}{L_{i,t}}, \ln \frac{Y_{i,t+T}}{L_{i,t+T}} \right) \right| < \sigma^2_{\ln \frac{Y_{i,t}}{L_{i,t}}}$$

Dès que le coefficient  $\pi$  est significativement négatif, on accepte l'hypothèse de  $\sigma$ -convergence. En effet, sous cette hypothèse, on a :

$$\sigma^2_{\ln \frac{Y_{i,t+T}}{L_{i,t+T}}} < \text{cov} \left( \ln \frac{Y_{i,t}}{L_{i,t}}, \ln \frac{Y_{i,t+T}}{L_{i,t+T}} \right) < \sigma_{\ln \frac{Y_{i,t}}{L_{i,t}}} \cdot \sigma_{\ln \frac{Y_{i,t+T}}{L_{i,t+T}}}$$

la première inégalité étant donnée par la condition  $\pi < 0$  et la seconde par l'inégalité de Cauchy-Schwarz (qui traduit le fait que la matrice de variance-covariance de  $\ln y_{i,t}$  et  $\ln y_{i,t+T}$  est définie positive). De cette double inégalité découle donc l'inégalité

$$\sigma_{\ln \frac{Y_{i,t+T}}{L_{i,t+T}}} < \sigma_{\ln \frac{Y_{i,t}}{L_{i,t}}}$$

ce qui revient à la notion de  $\sigma$ -convergence telle qu'elle est définie par l'équation (1.2.10).

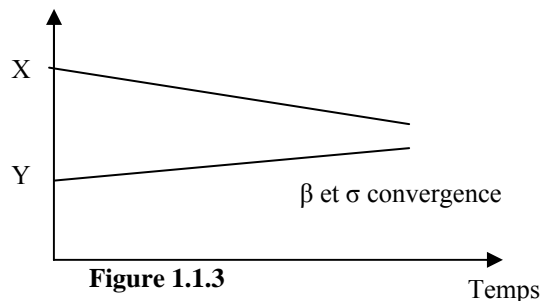
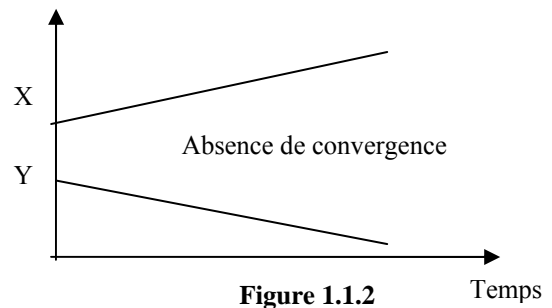
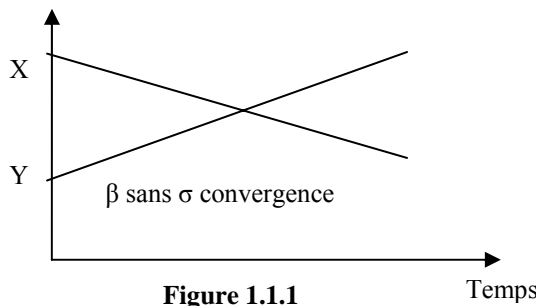
On remarque que l'utilisation du logarithme du revenu par tête plutôt que de la variable en niveau souligne l'importance accordée aux écarts relatifs entre pays plutôt qu'absolus.

Par ailleurs, il s'agit d'une notion plus simple à démontrer que la  $\beta$ -convergence puisqu'il n'y a pas de notion de  $\sigma$ -convergence conditionnelle ou absolue. Ce point constitue d'ailleurs une des faiblesses de ce concept.

### iii) implications vis à vis de la $\beta$ -convergence

On peut montrer<sup>10</sup> que la  $\beta$ -convergence tend à générer la  $\sigma$ -convergence mais que ce n'est pas systématique. En particulier, la  $\beta$ -convergence est une condition nécessaire mais non suffisante de la  $\sigma$ -convergence et ce processus dépend de l'écart-type des produits par tête à l'état régulier. Si on suppose qu'il y a effectivement  $\beta$ -convergence, cet écart-type peut augmenter (respectivement baisser) si sa valeur initiale se trouve au dessous (respectivement au dessus) de sa valeur d'état régulier. En outre, on peut concevoir des cas d'inversement des positions où l'on observerait alors une  $\beta$ -convergence (les plus pauvres ayant connu une croissance relativement plus forte que les plus riches de sorte qu'ils les ont rattrapés puis dépassés) mais où l'écart-type de la distribution resterait constant en début et en fin de période (en cas d'inversion exacte des positions) voire augmenterait.

Les trois graphiques ci-dessous présentent plusieurs cas de convergences possibles.



### III) remarques et limites de l'économétrie de la croissance

#### 1) le problème des erreurs de mesure des données<sup>11</sup>

La comptabilité de la croissance se heurte à un problème de mesure et de construction des agrégats macroéconomiques. Par exemple, il apparaît difficile de construire une mesure exacte de la force de travail d'une économie<sup>12</sup>. Le nombre d'heures travaillées laisse de côté

<sup>10</sup> Voir par exemple BARRO, R.J., SALA-i-MARTIN, S., *Economic growth*, chap 1, pp.35-37 et chap 11, pp.421-424, Mc Graw – Hill (Ed), New York, 1995

<sup>11</sup> Voir pour une explication précise DURLAUF, S.N., JOHNSON, P.A., TEMPLE, J.R.W., « Growth econometrics », in AGHION, P., DURLAUF, S.N. (Ed), *Handbook of economic growth*, vol 1A, chap. 8, pp. 590, 2005.

<sup>12</sup> Voir par exemple BARRO, R.J., SALA-i-MARTIN, S., *Economic growth*, chap 10, pp.387-391, Mc Graw – Hill (Ed), New York, 1995

l'aspect qualitatif du travail qui s'exprime notamment en termes de différences de productivité. Prendre en compte les différences de salaires pour mesurer les écarts de qualification du travail pose problème dès lors que le taux auquel est rémunéré un facteur ne reflète pas sa contribution à la production. C'est aussi un obstacle récurrent si l'on songe aux phénomènes d'externalités technologiques qui rendent le rendement social du capital puis supérieur à son rendement privé. Cette dernière optique est explorée par des modèles dits de croissance endogène qui visent à mieux prendre en compte les questions de diffusion du progrès technique au sein d'une économie et au niveau international via les externalités positives qu'il engendre.

A partir de ce constat, de nombreuses études, telles que celles de Romer (1990) ou Temple (1998) ont montré que les problèmes de mesure, inhérents aux données statistiques, tendent à biaiser le paramètre de convergence dans le sens d'une acceptation trop fréquente de l'hypothèse de convergence. Ces problèmes de mesure se posent moins dans les pays développés mais peuvent se poser sur les données qui seront étudiées ici, à savoir les données sur les anciens pays soviétiques, en particulier pour la période suivant immédiatement la chute du mur.

Cependant, des études récentes, telles que celle de Romer (2001) ou Dowrick (2004) prouvent que ces tests de convergence décrits plus haut, reposant sur une approximation log-linéaire dans un monde néoclassique restent globalement assez robustes.

## 2) approche critique de la spécification des régressions <sup>13</sup>

Au sein d'une large coupe d'économies, les différences de technologies, de préférences et d'institutions sont telles qu'une convergence absolue semble difficilement observable. Cependant, la notion de  $\beta$ -convergence, même dans son sens le plus faible, reste controversée en raison des nombreuses critiques qui lui ont été adressées. Outre les variables pertinentes de la théorie néoclassique (taux d'investissement, croissance démographique, notion de capital élargie au capital humain), on a vu qu'il est possible d'inclure d'autres variables (cf équations 1.2.9' et 1.2.8). Il existe des dizaines d'études à ce sujet. Cependant, ce type d'exercice souffre de plusieurs inconvénients.

D'une part, il est difficile d'identifier ces déterminants étant donné le nombre de facteurs potentiels ramenés aux nombres d'informations disponibles et de pays et ce d'autant plus que ces variables doivent avoir un fondement économique. Il a été montré<sup>14</sup> qu'il est possible d'établir une dépendance du SCE aux variables de contrôle  $Z$  dans le sens où, parmi la multitude de variables possibles, certaines permettent de conclure à une  $\beta$ -convergence alors que d'autres mènent au rejet de cette hypothèse. Le risque élevé de corrélation entre les variables explicatives potentielles constitue un autre obstacle à une spécification significative du modèle. On peut citer ici les travaux de Sala-i-Martin (1997), qui identifie plusieurs catégories de variables « robustes » statistiquement : des variables muettes pour les régions les plus pauvres, des variables politiques (indicateurs de stabilité et de degré de liberté), des variables traduisant la religion dominante, d'autres représentant les distorsions de marché (importance relative de l'économie souterraine), les investissements en infrastructures, la production de ressources naturelles, l'ouverture commerciale ou encore le degré de capitalisme.

---

<sup>13</sup> Voir DURLAUF, S.N., JOHNSON, P.A., TEMPLE, J.R.W., « Growth econometrics », in AGHION, P., DURLAUF, S.N. (Ed), *Handbook of economic growth*, vol 1A, chap. 8, pp. 587 et pp.608-616, 2005.

<sup>14</sup> Voir DURLAUF, S.N., QUAH, D.T., «the new empirics of economic growth», in J. TAYLOR et M. WOODFORD (Ed), *handbook of macroeconomics*, vol 1A, chap.4, pp. 276-283, 1999

Par la suite, il a été développé d'autres modèles, par exemple des modèles non linéaires ou des modèles à états réguliers multiples. Ces spécifications alternatives fournissent une explication aux différences observées en termes de niveau de vie pour des pays ayant a priori des paramètres structurels semblables. (voir par exemple les travaux de Bernard et Durlauf, 1996, ou Liu et Stengos, 1999).

D'autre part, le besoin crucial de relier littératures empirique et théorique bute sur le manque de modèles structurels sur lesquels reposer l'interprétation des résultats, d'autant plus que des interrogations sur les relations de causalité ou le caractère endogène de certaines variables viennent fréquemment compliquer cette interprétation. En effet, la littérature empirique de la convergence ne traite pas de l'endogénéité de certaines variables explicatives. Il est ainsi possible que le taux d'épargne  $s$  (voir les travaux de Cass et Koopmans) ou le taux de croissance démographique  $n$  soient fonction du revenu ou qu'il existe des effets de feedback dans l'accumulation du capital, en particulier humain. Le modèle néoclassique néglige ainsi par hypothèse l'influence des externalités technologiques, le niveau de formation de la population (le travail est dit homogène) ou encore le rôle de l'interdépendance entre les économies (mouvement de migrations...). Mais l'effet de cette endogénéité sur l'évaluation de la vitesse de convergence reste discuté (voir par exemple les travaux de Cohen, 1996).

Par ailleurs, le modèle de Solow, qui sert de base à la majorité des études empiriques sur la convergence postule une dynamique linéaire de croissance, ce qui n'est pas le cas dans des modèles de types croissance endogène. Il semble alors difficile d'établir un test uniforme de convergence, dans la mesure où la comparaison de modèles à la spécification si différente apparaît limitée. De plus, le problème des variables de contrôle se pose également puisque dans toutes les régressions augmentées présentées ici (équations (1.2.8) et (1.2.9')), il a été postulé ex ante que ces variables intervenaient de manière linéaire, ce qui constitue une restriction a priori (pour plus de précisions sur ce point, voir Durlauf et Quah).

La caractérisation de modèles pertinents sur des données aussi hétérogènes que des pays reste donc une des difficultés majeures. A l'échelle mondiale, les résultats sur la convergence demeurent donc plutôt fragiles. Depuis les années 1980, l'analyse néoclassique de la croissance prend donc deux directions.

D'une part, des travaux comme ceux de Barro et Sala-i-Martin étudient la validité empirique du modèle de Solow à partir de régressions augmentées explicitées plus haut.

D'autre part de nouveaux travaux ont complexifié ce modèle pour tenter de répondre à son incapacité à expliquer l'essence même du progrès technique comme source endogène de croissance. On peut citer par exemple le modèle AK dans lequel le niveau de revenu dépend des conditions initiales ce qui bat en brèche le concept de  $\beta$ -convergence. En effet, le modèle de Solow attribue peu d'importance au niveau de revenu initial et offre une vision linéaire du processus de croissance. Dans cette optique, on peut citer les travaux de Barro et Sala-i-Martin (1995) ou Durlauf et Johnson (1995) dans lesquels l'histoire devient un élément central, ce qui implique l'existence de clubs de convergence dont l'appartenance dépend des conditions initiales. Or empiriquement, on constate que les pays de l'OCDE tendent à former un club mais que les pays en développement semblent finalement très hétérogènes.

Pour conclure, il faut donc rappeler que la définition statistique de la convergence n'a de sens que lorsqu'elle est rattachée à une interprétation économique et ce d'autant plus que, comme nous venons de le discuter, l'économétrie de la croissance montre les limites de l'utilisation mécanique d'outils statistiques pour des analyses empiriques liant faits sociaux et économiques. Dans cette optique, il faut souligner l'importance d'approches historiques et

littéraires rendant compte de phénomènes culturels et sociaux dans l'étude des phénomènes de croissance économique et de leur diversité (voir par exemple Landes (1998) et Mokyr (1992)).

L'analyse du processus de croissance et par là des mécanismes de rattrapage et de convergence au sein d'une coupe de nations apparaît très liée au degré d'homogénéité des pays considérés<sup>15</sup>. Au sein de l'Union Européenne, il faut donc s'interroger sur ce point. On peut penser qu'il est raisonnable d'avancer que les pays de l'Union, outre leurs spécificités nationales, présentent – au moins davantage que vis à vis des autres régions du monde – des traits semblables : accès à des technologies similaires, cultures proches, cadres institutionnels et légaux homogènes ou du moins en voie d'unification, mobilité des facteurs de production davantage favorisée... De plus, des travaux comme ceux de Barro et Sala-i-Martin (1991), Braun (1993) ou encore Hatton et Williamson (1992) ont montré que le processus de convergence était susceptible également d'être accéléré par la mobilité du capital et par les flux migratoires qu'il est raisonnable de penser plus développés dans le cadre intracommunautaire.

---

<sup>15</sup> voir BARRO, R.J., SALA-i-MARTIN, S., *Economic growth*, chap 11, pp.421-422 et pp.450-457, Mc Graw – Hill (Ed), New York, 1995