
TD 1 - Croissance dans le modèle de Solow

Murat Yıldızoğlu

Exercice 1 Soit $Y = (aX/Z)^\alpha$. Calculez le taux de variation instantané de Y , sachant X et Z varient en fonction du temps. Note : $a > 0$ et $\alpha \in [0, 1]$ sont deux constantes.

Exercice 2 Si la variable M évolue au taux instantané constant m , déterminez l'équation de M en fonction du temps.

Exercice 3 Rappelez les trois principaux faits stylisés que nous connaissons sur la croissance économique.

Exercice 4 Un pays vivant en autarcie possède un système de production, basé sur le capital et le travail, qui peut être représenté par une fonction de Cobb-Douglas avec $\alpha = 1/3$. La population a l'habitude d'épargner 10% de ses revenus et les outils fabriqués avec le bien produit se déprécient à un taux de 2%. On observe aussi une croissance démographique assez stable dans ce pays correspondant à un taux de 5%. Il n'y a pas de progrès technique dans ce pays.

Initialement, ce pays possède un stock de capital de $K_0 = 1000$ et une population active de $L_0 = 1000$. Quel sera l'évolution à court terme de cette économie ? [Astuce : basez-vous sur le taux de croissance actuel du capital/tête.]

Même question pour $K_0 = 4500, L_0 = 1500$.

Même question pour $K_0 = 2500, L_0 = 100$.

Que pouvez-vous conclure de ces expériences sur la richesse initiale du pays et son taux de croissance en termes de capital/tête ?

Que pouvez-vous dire de la situation qu'elle occupera à long terme ? Déterminez précisément cette situation en précisant le capital/tête et le PIB/tête qu'on pourrait y observer. Quel sera alors le taux de croissance des variables suivantes : le capital/tête, le stock de capital, le PIB, la consommation/tête ?

Même question si, suite à un changement de politique, le pays épargne maintenant seulement 20% de ses revenus. Quelles sont les conséquences à court terme et à long terme de ce changement sur le PIB/tête et sur la consommation/tête ?

Que pouvez-vous alors conclure sur la relation entre le comportement d'épargne et la richesse d'un pays à long terme ?

Exercice 5 Partons de l'expression générale du PIB/tête sur le SCE du modèle de Solow.

1. Déterminez la consommation/tête des ménages sur le SCE.
2. Comment cette consommation dépend-elle du taux d'épargne ?
3. Pourriez-vous déterminer un taux d'épargne qui conduit à une consommation/tête plus élevée que tout autre taux ?
4. Si oui, reconsidérez les résultats de la question précédente en utilisant cette information.
5. Quelle serait la productivité marginale du capital/tête sur le SCE si l'épargne se faisait à ce taux ?

Exercice 6 Reprenons le pays considéré à l'exercice 4. Après un effort considérable, ce pays met en place les structures nécessaires pour enclencher une amélioration des techniques de production. Ce progrès technique se fait initialement à un taux de $g = 2\%$, de sorte que, toutes choses égales par ailleurs, la productivité du capital/tête augmente de 1% à chaque instant $((1 - \alpha)g = 1\%)$.

1. Déterminez l'évolution de cette économie à long terme. Quelle sera l'évolution du capital/tête et du PIB/tête sur le SCE ? Et celle du PIB/unité de travail effective ?
2. Quelles différences observez-vous avec les résultats de l'exercice 4 ?
3. A partir de quel niveau de l'indice de niveau technologique (A) cette économie pourrait avoir une plus grande richesse sur le SCE qu'à l'exercice 4 ?